

# Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais (CNPEM)

## Projeto de Pesquisa PIBIC/CNPEM

**Título:** Equações diferenciais intervalares: Aplicações em Biomatemática

**Supervisor:** Prof. Dr. Vinícius Francisco Wasques

**Unidade do CNPEM:** Ilum Escola de Ciência

20 de abril de 2023, Campinas/SP

## 1 Introdução

A teoria de equações diferenciais é uma área da Matemática estudada por especialistas, não somente das ciências exatas, mas também das ciências biológicas, tendo em vista sua capacidade de modelar problemas aplicados. Isso deve-se ao fato de que, por esse meio, torna-se possível a compreensão do comportamento de fenômenos físicos, químicos e biológicos.

Esta teoria pode ser dividida em duas partes, as Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) e as Equações Diferenciais Parciais (EDPs). A primeira equaciona funções com suas respectivas derivadas, geralmente dadas em função do tempo [1]. A segunda equaciona funções com suas respectivas derivadas parciais que estão associadas ao tempo e à dispersão espacial [5].

As equações diferenciais tradicionais não incorporam incertezas provenientes dos fenômenos biológicos. Como exemplo pode-se citar o número de indivíduos infectados por uma doença. Nesse caso, os sintomas podem demorar a se manifestar, fazendo com que o número de infectados não seja determinado de uma forma exata. Desse modo, a teoria intervalar pode auxiliar na modelagem matemática descrevendo por meio de intervalos as incertezas levadas em consideração. Por exemplo, ainda no contexto de uma dinâmica epidemiológica, o número de infectados seria modelado por um intervalo de valores, ao invés de um número real. Com isso, é possível realizar uma modelagem via equações diferenciais em que as variáveis são intervalos, e estudar como essa incerteza evolui ao longo do tempo [8]. Essa área da Matemática é chamada de Equações Diferenciais Intervalares (EDI).

Estudar, resolver e analisar EDIs são tarefas árduas do ponto de vista analítico. Sendo assim, faz-se necessário o uso de métodos numéricos para viabilizar a análise dos resultados. Dentre eles, os métodos numéricos clássicos, como o de Euler, Runge-Kutta, Taylor e Diferenças Finitas [9], são adaptados para o contexto da teoria intervalar.

O foco principal deste projeto de pesquisa é estudar a modelagem proposta pela teoria de EDIs, visando aplicações em modelos populacionais e epidemiológicos. Nesse estudo serão utilizadas técnicas computacionais a fim de reproduzir os resultados trazidos na literatura, bem como simular novos cenários. As simulações serão feitas por meio do *software* livre *Octave*. Assim, o projeto está inclinado para candidatas da área da Biologia, Engenharia, Matemática Aplicada ou áreas afins, que tenham interesse em estudar fenômenos biológicos com um tratamento matemático e computacional.

## 2 Estado da arte

Moore [8] desenvolveu a teoria de aritmética intervalar com o intuito de estudar erros computacionais. A partir de seu trabalho, a teoria intervalar tem sido também utilizada como ferramenta no estudo de incertezas em diversos problemas. Em particular, Esmi *et al.* [6] propuseram um método numérico baseado no método de Euler em que as operações aritméticas envolvidas nas iterações foram adaptadas para intervalos, com o objetivo de estudar o modelo populacional de Malthus considerando uma imprecisão no número de indivíduos de uma população. Já no trabalho proposto por Sussner *et al.* [10], a teoria intervalar foi utilizada para estudar um problema de degradação isotérmica de comprimidos de ácido L-ascórbicos, cujos dados coletados continham imprecisões. Tais trabalhos evidenciam a aplicabilidade da teoria intervalar. Trabalhos teóricos nessa temática também têm sido desenvolvidos recentemente [4, 7].

## 3 Objetivos

Esse projeto tem potencial de agregar, aos conhecimentos curriculares das candidatas selecionadas, habilidades em modelagem matemática e programação computacional. Também, é oportunidade para o desenvolvimento de capacidades necessárias para a prática de pesquisa em Biomatemática, como compreensão e interpretação de fenômenos biológicos a partir de modelos matemáticos. Ademais, o tema proposto encontra-se em uma área profícua e com diversas questões a serem respondidas.

Dessa forma, os objetivos centrais deste projeto são destacados a seguir:

1. Explorar técnicas de modelagem matemática através da teoria de equações diferenciais intervalares;
2. Compreender a dinâmica de modelos populacionais e epidemiológicos;
3. Aprimorar técnicas de programação para realizar simulações de diferentes cenários.

Além destes objetivos, o projeto também visa o desenvolvimento da escrita científica da candidata, bem como a prática da oratória, mantendo contato com a comunidade científica através da participação em eventos científicos correlatos.

## 4 Metodologia

Inicialmente, será realizada uma revisão bibliográfica sobre a teoria de equações diferenciais intervalares, a fim de fornecer uma base teórica para o desenvolvimento do projeto. As principais referências que serão utilizadas nessa etapa são [1, 5, 8]. Também serão consultados artigos que envolvam o tema de dinâmicas populacionais e epidemiologia, para que a candidata se familiarize com os conceitos que serão abordados [2, 3]. A partir dessa etapa serão estudadas, de um ponto de vista numérico, as equações diferenciais intervalares [6, 10]. Em seguida, ferramentas computacionais serão utilizadas para reproduzir os resultados e simular outros cenários.

Durante o período de vigência do projeto, ocorrerão encontros semanais nos quais a candidata apresentará seminários com os conteúdos direcionados pelo supervisor, a fim de propor reflexões e debates. Nessa dinâmica, o supervisor contribuirá com as ferramentas teóricas e conceitos mais amplos sobre a modelagem matemática, bem como os aspectos computacionais.

Pretende-se analisar os resultados obtidos realizando uma comparação qualitativa com trabalhos propostos na literatura. Todo o estudo será realizado nas dependências da Ilum Escola de Ciência que contém o material bibliográfico, bem como o *software* Octave necessário para a realização do projeto.

## 5 Bibliografia

- [1] W. E. Boyce and R. C. DiPrima. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley & Sons, 2009.
- [2] J. R. Campos, E. Assunção, G. N. Silva, and W. Lodwick. A programação dinâmica na solução de problemas de controle ótimo com incerteza intervalar. *Uma Publicação do Grupo de Biomatemática IMECC – UNICAMP*, 26:13–24, 2016.
- [3] M. S. Cecconello, M. T. Mizukoshi, and W. Lodwick. Interval nonlinear initial-valued problem using constraint intervals: Theory and an application to the sars-cov-2 outbreak. *Information Sciences*, 577:871–882, 2021.
- [4] T. M. Costa, Y. Chalco-Cano, W. A. Lodwick, and G. N. Silva. A new approach to linear interval differential equations as a first step toward solving fuzzy differential. *Fuzzy Sets and Systems*, 347:129–141, 2018.
- [5] L. Edelstein-Keshet. *Mathematical Models in Biology*. SIAM, 1988.
- [6] E. Esmi, C. Sacilotto, V. Wasques, and L. Barros. Numerical solution for interval initial value problems based on interactive arithmetic. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 19(6):1–12, 2022.
- [7] N. A. Gasilov and Şahin Emrah Amrahov. On differential equations with interval coefficients. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 43:1825–1837, 2020.
- [8] R. E. Moore. *Interval Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1966.
- [9] M. A. G. Ruggiero and V. L. R. Lopes. *Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais*. Pearson Universidades, 2000.
- [10] P. Sussner, V. Wasques, J. C. Fernandes, and E. Esmi. A numerical approach for determining interactivity: A case study in chemical degradation. *Atlantis Studies in Uncertainty Modelling*, 3:179–186, 2021.